

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – 19 febbraio 2014



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x^2 - 6x + 5}}$$

Dominio	$E = (-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$
Positività	$P = (-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(0; -4/\sqrt{5})$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \log\left(\frac{x+3}{7+x^2}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{(1-x) \cdot (x+7)}{(x+3) \cdot (7+x^2)} \quad E = (-3, +\infty)$
Estremi	$M(1; -\log 2) \quad \text{cresce in } (-3, 1)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = x \cdot e^{1-3x^2}$

Derivata prima	$f' = e^{1-3x^2} \cdot (1-6x^2) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = 18e^{1-3x^2} \cdot x \cdot (2x^2 - 1)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-1/\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}e); \quad F_2(1/\sqrt{2}; 1/\sqrt{2}e)$ $F_3(0; 0) \quad \text{concava in } (-1/\sqrt{2}, 0) \cup (1/\sqrt{2}, +\infty)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{7x^5 + 4x^3 - 8x + 5}{(x^2 - 4) \cdot (x^2 - 9)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-2, 2, -3, 3\}$
As. verticali	$x = -2, x = 2, x = -3 \text{ e } x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 7x$

Domande teoriche

- 1) Definizione di derivata e significato geometrico (punti 3)
- 2) Le proprietà dei limiti (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^2 \frac{1+4x}{1+6x} dx \quad \text{e} \quad \int 4x^2 \cdot e^{3x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{18}(2+12x+\log(1+6x))$ $\frac{1}{18}\left(12+\log\frac{13}{7}\right) \approx 0,70$
Integrale indefinito	$\frac{4}{27}e^{3x} \cdot (9x^2 - 6x + 2) + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x + 2y + k \cdot z = 3 \\ k \cdot x + 3y + 2z = 1 \\ x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k \neq 1; 5/4$: sol. unica $k = 1$: incompatibile $k = 5/4$: incompatibile
Soluzioni	$\left(x = \frac{5-2k}{4k^2-9k+5}; y = \frac{2k^2-10k+5}{4k^2-9k+5}; z = \frac{8k-5}{4k^2-9k+5} \right)$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 4x^2 - x \cdot y + y^2 + 4x + y + 3$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x - y = -4$.

Derivate parziali	$f_x = 8x - y + 4 \quad f_y = -x + 2y + 1$
Estremi liberi	$m(-3/5; -4/5) \quad z = 7/5 \quad H = 15$
Estremi vincolati	$m(-3/2; 1) \quad \lambda = -9/2 \quad z = 19/2$ $H = -12$

Domande teoriche.

- 3) Il teorema di Barrow-Torricelli con dimostrazione (punti 4, 4*)
- 4) Illustrare il metodo della Lagrangiana per gli estremi vincolati (punti 3*)
- 5) Il significato del teorema di Rouché-capelli (punti 3*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.
Punteggi II parte contrassegnati con *.